2019 年度入學　第 1 期

日本大學聯合學力測試

數　學（理科）

2017 年 11 月實施

（90 分鐘）

在考試開始前請勿打開本考卷，仔細閱讀下述注意事項。

請填寫考試編號與姓名。

注意事項

1. 考卷共 5 頁。
2. 答題紙為單面 1 張。
3. 若發現本考卷存在印刷不清晰、缺頁、錯頁或答題紙污損時，請舉手告知監考老師。
4. 考卷上共有 4 大項必答題目。
5. 答題紙上請同樣填寫准考證號與姓名。
6. 答題時請務必使用黑色鉛筆，將答案填寫在答題紙指定欄中。
7. 考卷上可書寫筆記或計算草稿等。
8. 考試結束時，請再次確認准考證號、姓名，並按照監考老師指示提交答題紙與考卷。

准考證號	姓名

$\boxed{1}$ 求 $\boxed{A}$ 到 $\boxed{D'}$ 各組字母對應的數位。

（1） 當： $\alpha = 1 + 2i$，$\beta = 1 - 2i$，（i為虛數單位）時，

$$\alpha\beta = \boxed{A}\text{，}\frac{5}{\alpha} + \frac{5}{\beta} = \boxed{B}\text{，}\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{CD}$$

（2） 假設 a，b 為正的定值，有直線

$$y = ax+b\text{，} \qquad \ldots（\ *\ ）$$

當直線（ ＊ ）通過點（3，1）時，

$$b = \boxed{EF}a + \boxed{G}$$

當$-1 \leqq x \leqq 1$且y的最小值為 -7時

$$a = \boxed{H}\text{，}b = \boxed{IJ}$$

此時，x的不等式

$$-1 < ax + b < 1$$

的解為

$$\boxed{K} < x < \boxed{L}$$

（3） 假設 n 為大於 1 且小於 $6m+4$（ m 為正整數）的整數，集合 A，B 為

A：（n為 2 的倍數）

B：（n為 3 的倍數）

滿足 $n \in A$ 的n的個數為$\boxed{M}m + \boxed{N}$，

滿足 $n \in B$ 的n的個數為$\boxed{O}m + \boxed{P}$

滿足 $n \in A \cup B$ 的 n 的個數為

$\boxed{Q}m + \boxed{R}$。

（4） 有三角形 ABC，AB = 3，AC = 7，∠ABC = 90°。

假設∠BAC = θ，

$$\sin\theta = \frac{\boxed{S}\sqrt{\boxed{TU}}}{\boxed{V}}\text{，}\cos\theta = \frac{\boxed{W}}{\boxed{X}}$$

$$\sin（90° - \theta）= \frac{\boxed{Y}}{\boxed{Z}}$$

假設 B 點到 AC 邊的垂線與 AC 邊的交點為 H

$$BH = \frac{\boxed{A'}\sqrt{\boxed{B'C'}}}{\boxed{D'}}$$

$\boxed{2}$　求 $\boxed{\text{A}}$ 到 $\boxed{\text{P'}}$各組字母對應的數位。

（1）　假設k為實數，有直線

$$y = k(x-3) + 4 \qquad \dots（＊）$$

假設無論 k為何值，直線（ ＊ ）均會通過 A 點，

A（$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$）

當直線（ ＊ ）與 y 軸上 $y > 0$ 的部分相交時，

$$k < \frac{\boxed{\text{C}}}{\boxed{\text{D}}}$$

而且，假設 O（0，0），B（－1，3），當直線（ ＊ ）與線段 OB（不包括兩個端點 O，B）相交時，

$$\frac{\boxed{\text{E}}}{\boxed{\text{F}}} < k < \frac{\boxed{\text{G}}}{\boxed{\text{H}}}$$

（2）　已知：

數列 $\{a_n\}$ 1,　5,　9,　13,・・・

數列 $\{b_n\}$ 2,　7,　12,　17,・・・

將以上兩個數列中的各項合並排列，形成新的數列$\{c_n\}$，如下：

$\{c_n\}$　1,　2,　5,　7,　9,　12,　13,　17,・・・

用含n的代數式來表示數列的第 $2n$項c_{2n}的值：

$c_{2n} = \boxed{\text{I}}n - \boxed{\text{J}}$

此外，

$$c_2 + c_4 + c_6 + \cdots + c_{200} = \boxed{\text{KLMNO}}$$

$$c_1 + c_2 + c_3 + \cdots + c_{200} = \boxed{\text{PQRST}}$$

（3） a為定值且為實數。x的方程式

$$9^x - (a+1)\cdot 3^{x+1} + 8 = 0 \qquad \cdots（＊）$$

的解中包含 $x = 0$時，

$$a = \boxed{\text{U}}$$

此時，設 $t = 3^x$，則（＊）可表示為

$$t^2 - \boxed{\text{V}}\,t + \boxed{\text{W}} = 0，$$

因為

$$t = \boxed{\text{X}}，\boxed{\text{Y}}（設\boxed{\text{X}} < \boxed{\text{Y}}）$$

所以（＊）的除 $x = 0$之外的解為

$$x = \boxed{\text{Z}}\log_{\boxed{\text{A'}}}\boxed{\text{B'}}$$

（4） x，y的方程式

$$xy - 2x - 2y - 4 = 0 \qquad \cdots（＊）$$

變形後為，

$$\left(x - \boxed{\text{C'}}\right)\left(y - \boxed{\text{D'}}\right) = \boxed{\text{E'}}$$

所以可滿足（＊）的x，y（$x < y$）的正整數組合個數為$\boxed{\text{F'}}$

$$(\text{x}，\text{y}) = \left(\boxed{\text{F'}}，\boxed{\text{G'}}\right)$$

其中滿足$x < y$的x，y組合的個數為 $\boxed{\text{G'}}$

（5） 假設m為正的定值，xy平面上有

圓 C：$x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$，及直線 l：$y = mx - 1$

C 的圓心為 A，半徑為 r（> 0），則

$$A\left(\boxed{\text{H}'}，\boxed{\text{I}'}\right)，r = \boxed{\text{J}'}$$

假設連接 A 點與直線 l上某一點的線段的最小長度為 d，則

$$d = \frac{\left|\boxed{\text{K'}}m - \boxed{\text{L'}}\right|}{\sqrt{m^2 + \boxed{\text{M'}}}}。$$

C與 l 交於不同的兩點時，

$$\boxed{\text{N'}} < m < \frac{\boxed{\text{O'}}}{\boxed{\text{P'}}}$$

$\boxed{3}$　求 $\boxed{\mathrm{A}}$ 到 $\boxed{\mathrm{RS}}$ 各組字母對應的數位。

a 為定值，二次函數 $y=-x^2+(4a+4)x-3a^2-10a-3$的圖形為 C

C 為拋物線，頂點座標為

$$\left(\boxed{\mathrm{A}}a+2，a^2-\boxed{\mathrm{B}}a+1\right)。$$

（1）　當 $a=-2$時，拋物線 C與x軸的交點的 x座標為

$$x=\boxed{\mathrm{CD}}，\boxed{\mathrm{E}}。$$

（2）　$3\leqq x\leqq 4$時的二次函數 $y=-x^2+(4a+4)x-3a^2-10a-3$的最小值為 m（a）。

如 $a>\frac{\boxed{\mathrm{F}}}{\boxed{\mathrm{G}}}$，則 $m(a)=\boxed{\mathrm{HI}}a^2+\boxed{\mathrm{J}}a$

如 $a\leqq\frac{\boxed{\mathrm{F}}}{\boxed{\mathrm{G}}}$，則 $m(a)=\boxed{\mathrm{KL}}a^2+\boxed{\mathrm{M}}a-\boxed{\mathrm{N}}$

當 $m(a)$為最大值時，$a=\frac{\boxed{\mathrm{O}}}{\boxed{\mathrm{P}}}$，最大值為 $-\frac{\boxed{\mathrm{Q}}}{\boxed{\mathrm{RS}}}$。

$\boxed{4}$　求 $\boxed{A}$ 到 $\boxed{NO}$ 各組字母對應的數位。

擲 1 次骰子，按照出現的數字，讓點 P 在 xy 的平面上移動，以此反復。

・確定 x 座標時，如骰子的數字為偶數則在上一次的 x 座標基礎上加 1，如為奇數則減 1。

・確定 y 座標時，如骰子的數字為 3，4，6 則在上一次的 y 座標基礎上加 1，如為 1，2，5 則減 1。

例如，P 位於點（4，2）時，擲 1 次骰子，如出現的數字為 6，則 P 移動至點（$\boxed{A}$，$\boxed{B}$）。

擲 1 次骰子，然後讓 P 按上述規則移動，為 1 次行動。

最初，讓 P 位於原點，進行 n 次行動後 P 所在的座標用（X_n，Y_n）表示。

（1）（X_1，Y_1）=（1，1）的概率為 $\dfrac{\boxed{C}}{\boxed{D}}$，

（X_1，Y_1）=（−1，1）的概率為 $\dfrac{\boxed{E}}{\boxed{F}}$，

（X_1，Y_1）=（−1，−1）的概率為 $\dfrac{\boxed{G}}{\boxed{H}}$，

（X_1，Y_1）=（1，−1）的概率為 $\dfrac{\boxed{I}}{\boxed{J}}$。

（2）（X_2，Y_2）=（2，0）的概率為 $\dfrac{\boxed{K}}{\boxed{L}}$，

（X_2，Y_2）=（0，0）的概率為 $\dfrac{\boxed{M}}{\boxed{NO}}$。