

2019年度入学 第1期
日本大学联合学力测试
数 学（理科）

2017年11月实施

（90分钟）

在考试开始前请勿打开本考卷，仔细阅读下述注意事项。

请填写考试编号与姓名。

注意事项

1. 考卷共5页。
2. 答题纸为单面1张。
3. 若发现本考卷存在印刷不清晰、缺页、错页或答题纸污损时，请举手告知监考老师。
4. 考卷上共有4大项必答题目。
5. 答题纸上请同样填写准考证号与姓名。
6. 答题时请务必使用黑色铅笔，将答案填写在答题纸指定栏中。
7. 考卷上可书写笔记或计算草稿等。
8. 考试结束时，请再次确认准考证号、姓名，并按照监考老师指示提交答题纸与考卷。

准考证号	姓名

1 求 [A] 到 [D'] 各组字母对应的数字。

(1) 当: $a = 1 + 2i$, $\beta = 1 - 2i$, (i 为虚数单位) 时,

$$a\beta = [A], \quad \frac{5}{a} + \frac{5}{\beta} = [B], \quad a^2 + \beta^2 = [CD]$$

(2) 假设 a, b 为正的定值, 有直线

$$y = ax + b, \quad \dots (*)$$

当直线 (*) 通过点 (3, 1) 时,

$$b = [EF]a + [G]$$

当 $-1 \leq x \leq 1$ 且 y 的最小值为 -7 时

$$a = [H], \quad b = [IJ]$$

此时, x 的不等式

$$-1 < ax + b < 1$$

的解为

$$[K] < x < [L]$$

(3) 假设 n 为大于 1 且小于 $6m + 4$ (m 为正整数) 的整数, 集合 A, B 为

A : (n 为 2 的倍数)

B : (n 为 3 的倍数)

满足 $n \in A$ 的 n 的个数为 $[M]m + [N]$,

满足 $n \in B$ 的 n 的个数为 $[O]m + [P]$

满足 $n \in A \cup B$ 的 n 个数为

$$[Q]m + [R].$$

(4) 有三角形 ABC , $AB=3$, $AC=7$, $\angle ABC=90^\circ$.

假设 $\angle BAC=\theta$,

$$\sin \theta = \frac{[S]\sqrt{[TU]}}{[V]}, \quad \cos \theta = \frac{[W]}{[X]}$$

$$\sin (90^\circ - \theta) = \frac{[Y]}{[Z]}$$

假设 B 点到 AC 边的垂线与 AC 边的交点为 H

$$BH = \frac{[A']\sqrt{[B'C']}}{[D']}$$

2 求 A 到 P 各组字母对应的数字。

(1) 假设 k 为实数，有直线

$$y = k(x - 3) + 4 \quad \dots (*)$$

假设无论 k 为何值，直线 (*) 均会通过 A 点，

$$A (\boxed{A}, \boxed{B})$$

当直线 (*) 与 y 轴上 $y > 0$ 的部分相交时，

$$k < \frac{\boxed{C}}{\boxed{D}}$$

而且，假设 $O(0, 0)$, $B(-1, 3)$ ，当直线 (*) 与线段 OB (不包括两个端点 O, B) 相交时，

$$\frac{\boxed{E}}{\boxed{F}} < k < \frac{\boxed{G}}{\boxed{H}}$$

(2) 已知：

数列 $\{a_n\}$ 1, 5, 9, 13, ...

数列 $\{b_n\}$ 2, 7, 12, 17, ...

将以上两个数列中的各项合并排列，形成新的数列 $\{c_n\}$ ，如下：

$\{c_n\}$ 1, 2, 5, 7, 9, 12, 13, 17, ...

用含 n 的代数式来表示数列的第 $2n$ 项 c_{2n} 的值：

$$c_{2n} = \boxed{I}n - \boxed{J}$$

此外，

$$c_2 + c_4 + c_6 + \dots + c_{200} = \boxed{KLMNO}$$

$$c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_{200} = \boxed{PQRST}$$

(3) a 为定值且为实数。 x 的方程式

$$9^x - (a + 1) \cdot 3^{x+1} + 8 = 0 \quad \dots (*)$$

的解中包含 $x = 0$ 时,

$$a = \boxed{U}$$

此时, 设 $t = 3^x$, 则 $(*)$ 可表示为

$$t^2 - \boxed{V}t + \boxed{W} = 0,$$

因为

$$t = \boxed{X}, \boxed{Y} \quad (\text{设 } \boxed{X} < \boxed{Y})$$

所以 $(*)$ 的除 $x = 0$ 之外的解为

$$x = \boxed{Z} \log_{\boxed{A}} \boxed{B'}$$

(4) x, y 的方程式

$$xy - 2x - 2y - 4 = 0 \quad \dots (*)$$

变形后为,

$$(x - \boxed{C'}) (y - \boxed{D'}) = \boxed{E'}$$

所以可满足 $(*)$ 的 x, y ($x < y$) 的正整数组合个数为 $\boxed{F'}$

$$(x, y) = (\boxed{F'}, \boxed{G'})$$

其中满足 $x < y$ 的 x, y 组合的个数为 $\boxed{G'}$

(5) 假设 m 为正的定值, xy 平面上有

圆 $C: x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$, 及直线 $l: y = mx - 1$

C 的圆心为 A , 半径为 r (> 0), 则

$$A(\boxed{H'}, \boxed{I'}), r = \boxed{J'}$$

假设连接 A 点与直线 l 上某一点的线段的最小长度为 d , 则

$$d = \frac{|\boxed{K'}m - \boxed{L'}|}{\sqrt{m^2 + \boxed{M'}}}.$$

C 与 l 交于不同的两点时,

$$\boxed{N'} < m < \frac{\boxed{O'}}{\boxed{P'}}$$

3 求 A 到 RS 各组字母对应的数字。

a 为定值，二次函数 $y = -x^2 + (4a + 4)x - 3a^2 - 10a - 3$ 的图形为 C

C 为抛物线，顶点坐标为

$$(\boxed{\text{A}}a + 2, a^2 - \boxed{\text{B}}a + 1)。$$

(1) 当 $a = -2$ 时，抛物线 C 与 x 轴的交点的 x 坐标为

$$x = \boxed{\text{CD}}, \boxed{\text{E}}。$$

(2) $3 \leq x \leq 4$ 时的二次函数 $y = -x^2 + (4a + 4)x - 3a^2 - 10a - 3$ 的最小值为 $m(a)$ 。

$$\text{如 } a > \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}}, \text{ 则 } m(a) = \boxed{\text{HI}}a^2 + \boxed{\text{J}}a$$

$$\text{如 } a \leq \frac{\boxed{\text{F}}}{\boxed{\text{G}}}, \text{ 则 } m(a) = \boxed{\text{KL}}a^2 + \boxed{\text{M}}a - \boxed{\text{N}}$$

$$\text{当 } m(a) \text{ 为最大值时, } a = \frac{\boxed{\text{O}}}{\boxed{\text{P}}}, \text{ 最大值为 } -\frac{\boxed{\text{Q}}}{\boxed{\text{RS}}}。$$

4 求 A 到 NO 各组字母对应的数字。

掷 1 次骰子，按照出现的数字，让点 P 在 xy 的平面上移动，以此反复。

• 确定 x 坐标时，如骰子的数字为偶数则在上一次的 x 坐标基础上加 1，如为奇数则减 1。

• 确定 y 坐标时，如骰子的数字为 3, 4, 6 则在上一次的 y 坐标基础上加 1，如为 1, 2, 5 则减 1。

例如，P 位于点 (4, 2) 时，掷 1 次骰子，如出现的数字为 6，则 P 移动至点 (A, B)。

掷 1 次骰子，然后让 P 按上述规则移动，为 1 次行动。

最初，让 P 位于原点，进行 n 次行动后 P 所在的坐标用 (X_n, Y_n) 表示。

(1) $(X_1, Y_1) = (1, 1)$ 的概率为 $\frac{C}{D}$,

$(X_1, Y_1) = (-1, 1)$ 的概率为 $\frac{E}{F}$,

$(X_1, Y_1) = (-1, -1)$ 的概率为 $\frac{G}{H}$,

$(X_1, Y_1) = (1, -1)$ 的概率为 $\frac{I}{J}$ 。

(2) $(X_2, Y_2) = (2, 0)$ 的概率为 $\frac{K}{L}$,

$(X_2, Y_2) = (0, 0)$ 的概率为 $\frac{M}{NO}$ 。